Geek 学院第六期讲座整理稿 [数学][集合论小入门 by Cat-egory]

题目： ″集合论小入门″
主讲人： Cat-egory （数学）
时间： 本周五（6.29）晚 7：30
地点： Geek 学院官方扣扣群
整理人： Ghoso, D.C.A.A

Cat-egory: 首先说一点 我不是专门研究集合论的, 如果有不对的地方 请包涵

大家: 好的….

Cat-egory: 1. 介绍和历史
集合论现在是数学的基础学科 应用到了数学的每一个分支.
在学习简单的集合论之前 我给大家一些基本的概念和历史.
当然顺便扯一句 现在对于数学的基础有了新的内容，但是集合论还是不可替代的 两者并存.

第一个概念 集合这个概念
前面我和大家交流过吧 数学很多活动你需要先定义 然后开始研究. 但是集合 和 集合里的属于关系 ∈作为最初始的数学概念是不予定义的如果我们要定义什么是集合，必然要借助其他的概念，那其他的概念如何定义？所以 我们发现 我们的概念有个出发点，这个出发点就是不加以定义的（意义自明，就是你自己要相信的）初始概念。 在数学里 我们一般选择集合作为出发点.

玄武岩矿工-97: ∈怎么念？
BlakeRuston-97: ∈符号是什么，有什么意义？
Cat-egory: ∈这个符号表示属于的意思. 你就念做 “属于” 就可以

Cat-egory: 刚刚我说明了集合论的第一个基本观点，其实也是数学的基本观点 有些东西你没法定义 只能靠相信

Mr Hyde-94-化学
就像欧式几何里的公理一样
Ivancat-97: 假如不相信呢，难道各个学科都是要靠相信建立起来的?
Cat-egory: @Ivancat-97 不相信 也是可以的 当然数学的相信有个出发点 就是经验，直觉。 比如欧式集合第五公理 你可以不相信，可以弄个非欧几何出来. 还有些地方就是你必须相信 不然数学也没办法做下去了.

Cat-egory：接下来 我说说集合论研究是研究什么
一 就是 集合的各种运算 ，比如交 并，补

刚刚说的集合的运算 有同学 问我 交，补什么的. 交 就是 几个集合做交集运算. 并 就是把几个合并起来. 具体 我们一会讨论.
集合除了做运算，还有个研究目的就是研究函数 （function）. 然后就是要研究基数，基数就是集合的大小. 还有 研究超限归纳法 ，病态集合，测度什么的 .

白草：{a,b}∩（交）{b,c}={b}. {a,b}∪（并）{b,c}={a,b,c}
Nekoz-98：后三项是什么
泰德邦德-96：@Nekoz，一个集合里三个元素，a、b、c

Cat-egory：3. 集合论的发展历史
集合论的发展和其他数学学科比起来 可以说波澜壮阔
那些不懂的研究内容 现在可以不管 很麻烦的东西. 我们先看看历史.

D.C.A.A-97：你是要我们不求甚解吗
Cat-egory：不是 那些是很后面的内容了. 现在不容易解释

Cat-egory
先看看发展历史 这里面的问题也很多. 集合论的建立者是 康托. 他建立的朴素集合论，所谓朴素，就是 靠直觉 经验 开始研究集合论. 康托一开始是研究数论和三角函数的. 他与 1874 年发了一篇文章 标准的集合论的建立.

DCAA：朴素集合论与非朴素有什么区别?
Librazy-97：公理集合论和朴素集合论有什么区别、联系？
Cat-egory：@ Dcaa 朴素和非朴素的区别 马上说到

Cat-egory：我先说说康托. 康托被称为集合论之父. 以前上集合论的课，老师说：在所有的数学学科里面 只有集合论基本上是康托一个人建立起来的. 康托的朴素集合论 提出了很多概念 术语，研究方法（对角线法），研究对象（基数，康托集）等等. 康托是历史上第一个系统的研究了无限的人. 康托的集合论一出来 在数学界引起了巨大的反响. 但是基本是悲剧，很多人 不喜欢他研究 的东西. 不喜欢的人有他的老师 克罗内克，庞加莱 还有很多数学家.

泰德邦德-96 这么惨。。
仙术经-98：这叫嫉妒……
考试杀手-jyxk1-99：悲剧…
ogz-94：引出了数学的"不完美"吧
Cat-egory:不是嫉妒这是观念上的巨大冲击. 有哲学上的不同 也有数学上的不同.

東野-97-數學：「哥德尔呢。。」
泰德邦德-96：差辈了. 差了好多
Cat-egory：哥德尔是后面的

Cat-egory: 庞加莱很牛 只是觉得病态集他不喜欢. 克罗内克 是康托老师 但是他不相信无限. 他是直觉主义 只相信构造. 他威望很高, 骂了康托十年 康托后来疯了. 验证了普朗克那句话" 科学的改朝换代只有等那些老头子们死了才可能".

泰德邦德-96: 康蛮帅的
Ghoso-91 有木有人来一发康托的照片... 可怜的康托....
Librazy 赖总 97

玄武岩矿工-97

Cat-egory: 当然还是有大牛欣赏康托的工作的, 有希尔伯特 等等. 其实有希尔伯特一个人就够了, 他是数学界的领袖 武林盟主. 但是他比康托小一些 , 他支持康托的时候 康托已经疯了.

说了这么多 也是为了给不朴素集合论铺垫, 因为这些人都要出场.

良幺-97: 好奇什么是不朴素= =完全想象不来
Librazy 赖总 97: 有一大堆公理@良幺-97

Cat-egory: 康托一个人不但建立了集合论 还搞出了第三次数学危机. 说道集合论 就不能不说说逻辑 但是我这里也细说不了. 反正集合论和逻辑关系很密切就是了.

Ray _96 问一下集合和逻辑在数学基础上可以等价喵?
Cat-egory: 他们研究的是不同的东西

Cat-egory: 这里我说三个人 1，希尔伯特 2 罗素 3 布劳威尔. 1 和 2 是非常支持罗素的. 布劳威尔和克罗内克 反对康托. 他们三个人是那次数学大战的三个派别的领袖. 如何打起来的呢? 因为集合论.

Librazy 赖总 97: 布劳威尔就是那个大讲直觉主义和构造主义的?
Cat-egory: 是的.

Cat-egory: 罗素看了集合论之后. 罗素很感兴趣. 然后研究了一个东西 , 就是罗素悖论.

泰德邦德-96: 感兴趣真可怕。。罗素

東野-97: 一个集合由一切不属于他的元素构成
Librazy 赖总 97: $A=\{x|x \notin x\}$

Cat-egory: 对 就是东野那个. 罗素就问 那个 A 是不是集合. 这出问题了, 集合论出问题了 这还是个大问题. 研究集合论 连是不是集合都搞不清楚 这不是很囧嘛. 问题是他们三个学派不是因为这个事情打起来的. 但是他们打起来也发展了集合论.

Cat-egory: 罗素是研究逻辑的 , 他的理想就是所有的数学结论 都可以被逻辑的推出来. 康托用的方法自然很符合逻辑 但是混入了无穷. 布劳威尔和克罗内克就不愿意了. 你说罗素这么牛 布劳威尔这么敢反对他? 因为布劳威尔和罗素一样的牛 具体贡献大家可以百度. 布劳威尔相信直觉 相信构造 讨厌什么存在性证明 讨厌无穷.

Librazy 赖总 97; 是逻辑依赖数学，而不是数学依赖逻辑，根本不存在从公理出发的数学——布劳威尔

Cat-egory: 虽然信罗素的很多 =。=但是也有很多厉害的人 相信布劳威尔. 那个人就是希尔伯特的得意弟子 外尔. 外尔也特别牛 大家可以百度. 希尔伯特就不干了 他不信布劳威尔的观点. 罗素他也不是很满意 他自己是武林盟主 他自己就弄了个. 他比较喜欢公理化, 他希望能像欧几里得公理那样 找到数学普遍的公理. 希尔伯特的就叫形式主义. 他们三家打着 那就是思想百家争鸣. 思想很活跃, 大家都开始研究罗素悖论哪里出了问题.

D.C.A.A-97: 逻辑 直觉 形式
東野-97-數學: 哥德尔快上!

Cat-egory; 哥德尔现在还年轻. 快了.

Cat-egory: 问题出在这个地方. 罗素是如何确定一个东西是集合的. 前面我们不是说集合不定义嘛. 罗素是这样做的: 给一个性质 ，比如说 叫做 p. 然后罗素把所以满足性质 p 的东西放在一起, 他认为这样的东西是集合. 其实从朴素，就是直觉的观点看 没什么问题. 大家难道不是这样构造新的集合的吗？比如性质叫做 ：大于 2 的实数。然后你可以写一个集合出来

良幺-97:（如果 p 是“红色的”……那红色的桌子椅子杯子甚至红色的那啥总和视为一个集合……的意思吗？！）
白草: @良幺-97 是的

Cat-egory: 我们前面说了 集合没有定义. 没有规定集合里面一定是数字. 里面你放什么都可以 只要你能研究它.

D.C.A.A-97: 有定义又何妨？
Librazy 赖总 97: 在类的公理体系中，有一些基本的概念是不加定义的，我们只能从其客观含义上给予解释，但这样的解释仅仅起到帮助理解这些概念。

Cat-egory: 我前面说了 不能定义
罗素悖论出来后 就说明 我们这样构造新集合的方法是有缺陷的 ，但是这个方法也不是一无是处. 所以大家一开始就想修改集合论的一些构造集合的方式. 用的就是类似希尔伯特的公理体系的方法来修改的. 他们从最基本开始规定什么东西是集合，什么不是集合. 这个工作看起来很抽象 所以做起了当然也很难.

Ghoso: 现在数学是不是基本都是公理化的?
Cat-egory:@GH 公理化不是全部

Sun 桑-96 规定什么集合~什么不是集合~算是集合的定义吗？
白草: 规定什么不是集合什么是集合 不是集合的定义. 该手段能帮助明确化集合概念的内涵外延边界，但不能确定或者完全明确这个边界。

Cat-egory: @sun 规定什么不是集合什么是集合 不是集合的定义. 一会你就明白为什么不是了.

Cat-egory: 大家修改了很久 改出来的东西 就是现在知道的公理集合论. 公理集合论 出名的有 2 个. 一个是 ZFC 系统 z：策梅洛 f：弗兰克林 c：选择公理. 一个是 FBG ，G 表示哥德尔. 大家现在比较常用的就是 ZFC 系统. 关于选择公理. 里面的话题就多了去了 有人还写了一本书. 我们先不讨论.如果最后还有时间 我们可以说说选择公理 这个也很神奇.

Cat-egory; 哥德尔是 G =。=我忘记 F 和 B 了
Ray _96: 冯·诺伊曼-博内斯-哥德尔集合论
Nekoz-98:第一个名字亮了
Cat-egory: 冯诺依曼是无处不在的 他是希尔伯特的爱徒嘛

Cat-egory: 历史发展到了 ZFC 系统. 哥德尔大家看见他的影子了. 我会安排哥德尔在第二节和第三节出场. 以上算集合论从朴素到公理的发展吧. 虽然还没完 我们暂时说这么多.

Cat-egory:接下来我们来点具体的: 第二节 ZFc 系统 和一些他的性质.
接下来我们看看数学家如何修改 集合论的

Cat-egory: 顺便说说 那个 Z 策梅洛 他脾气不太好 有次开会 庞加莱说他做的东西没意思，庞加莱和希尔伯特一个地位 所以 Z 很郁闷

Cat-egory: 接下来我给出 ZFC 公理 我用朴素的方法说，真按教程的方法写 时间不够
第一条公理：存在一个集合.
从第一条我们就可以看出来 还是没定义集合是什么. 反正告诉你 存在一个集合就对了

第二条 外延公理：两个集合如果元素相同，他们就相等

第三条 叫做分离模式：（就是对前面罗素那种定义集合的方法的修改）首先给一个集合 X，p 是一个性质，则 X 里所以满足性质 p 的元素也组成一个集合. 第三条我们就可以看出 这限制了我们随意乱构造东西.

Ray _96: p 的性质依赖于 X?
Cat-egory: p 随便是什么都可以

Nekoz-98: 这个修改的地方在于限定元素一定在集合内?
Cat-egory: 是的

Cat-egory: 第四个 空集：存在空集 。其实空集就是用第三条构造出的一个集合. 其实这个性质有一定的要求 需要说道逻辑 我们先不说. 我们用朴素方法讲.
{y∈X， y≠y}这就是第四条的空集

第五条 并集：给一族集合，存在一个集合 U，U 包含了那族集合全部元素

第六条 幂集 ：X 是一个集合，存在一个集合 P，P 包含了 X 所有的子集

玄武岩矿工-97: 子集是什么
Cat-egory: 子集可以用分离模式得到

Cat-egory: 第七条配对：对任意两个 元素 a，b 存在一个集合 X，x 包含了 a 和 b

GHOSO: 怎么觉得并集和幂集这么像?
Cat-egory; @Gh 并和幂集不同的哈. 并说的是包含他们的元素. 幂集是说的 P 用 X 的子集作为元素.

Dwt: 不然好奇怪的……就和第五条是一样的了
ogz-94: A={a,b}则 A 幂集为{{a},{b},{a,b},空集}

Librazy 赖总 97:对于任何的 x，存在着一个集合 y，使 y 的元素是而且只会是 x 的子集

Cat-egory: 第八条 存在一个无穷集合
具体是这样: 存在一个集合 X，空集属于 X，对任意 y 属于 X。y∪{y}也属于 x. 刚刚那样的 X 其实就是一个无穷的集合.

还有一些 就不说了 我们可以特别说说选择公理.
第九条. 选择公理 axiom of choice.
选择公理是个神奇东东啊. 我本科的时候被他弄得焦头烂额. 他有很多个样子, 我说个常见的. 在这之前我说说 他的别名: 选择公理 ，佐恩引理，哈恩 banach 定理，还有等等.

选择公理说了什么呢. 选择公理说：给任意一族集合 无论多少，我们都能在每个集合里面挑一个元素出来 组成一个新的集合. 如果有空的就没法了

大家看出选择公理有什么不对劲的地方吗？反正我第一次没看出来

Crystal -97: 元素是什么呢~
Cat-egory: 属于集合的东西属于也是不定义的

泰德邦德-96: 一族是啥意思= =
Cat-egory: 一族 就是一堆 一群 一些的意思. 就是很多集合.

東野-97:我只想知道这个有什么用。。
Cat-egory: 选择公理对于数学来说 太重要了 没了这个 大部分数学内容都可以删除了.
选择公理非常重要, 没有选择公理 比如泛函分析就可以废了.

Cat-egory: 公理一开始大家不知道是不是公理的时候 大家还是很想证明的. 就是很多集合. 你们给的例子都没什么问题. 一开始大家也觉得很自然 这个公理没什么问题.
大家都在用它.

过了很久 到了二战左右. 出了一个大牛 叫 banach, 他是研究泛函分析的. 那时候拓扑学也出现一段时间. banach 和一个叫塔斯基的人 用选择公理做出了一个结论. 这个结论很出名 叫 banach-塔斯基怪球定理.

L.Euler-97; 可以把一个单位球体（半径为 1）分成有限个点集（最少可分成五份），然后通过一些刚体运动，即旋转和平移，再重新组合，不过在组合后，竟然成为两个单位球体，也即是体积增加了一倍？

Cat-egory: 对的 就是 euler 说的那个. 省了我打字的功夫. 这个定理牛逼的地方就在于通俗的说 他可以用一粒沙可以组合出一个太阳

[大家都晕了, 纷纷表示迷茫~]

Nekoz-98-倒腾: 点集是什么

Cat-egory; 就是用抽象的点组成的集合. 算点的多少就是基数的问题了, 比如单位区间上的实数就比有理数多.

泰德邦德: 为什么是 5 个?
Cat-egory: 球体如何分的五分 大家可以去找原文来看 我好像就有个中文版的

L.Euler-97(834814317)
在现实生活中这种变形之所以不可行是因为原子的体积不是无限小，数量不是无限大，但其几何形状确实可以这样变形的。
http://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%B7%B4%E6%8B%BF%E8%B5%AB-%E5%A1%94%E6%96%AF%E5%9F%BA%E6%82%96%E8%AE%BA

Librazy 赖总 97: 我们无法确定如何用一粒沙组合出一个太阳，但根据选择公理我们知道可行。我们知道可以去这么做。

Cat-egory: 神奇的地方在于他们用了选择公理. 选择公理才是关键! ! ! 迷茫是正常的, 数学家在这里都迷茫了几十年.

=。=我们继续刚刚话题. 先不说这个.

这个怪球定理太奇怪. 完全和大家的直觉不符合, 但是逻辑上没问题. 所以大家开始研究选择公理了. 也有数学家 也不多 不少是集合学家 不喜欢选择公理. 当然鉴于没有选择公理 数学就要废掉大半 大家还是继续使用. 还有些公理我就不说了 还有什么马丁公理.

DCAA: 会废掉哪些?
Cat-egory: @Dcaa 会废掉的比如泛函分析, 使用佐恩引理的都废掉.
不说选择公理的话题了, 太多了.
我们的重点是 ZFC 系统. 这之前我先说一下 我先说说刚刚的那些公理

Cat-egory: =。= 孩子们集合论是一门很难很花时间 话题很多的学科 有些问题可以下了慢慢研究. 我们国家研究集合论的就三个学校, 大家都怕做这个. 三个学校是 川大 南大和北师大 应该还有中科院. 研究这个的特别少 我给你们讲的东西 可以说九牛一毛都算不上.

Cat-egory: 刚刚的公理可以做很多事情了. 比如我们可以得到 交集 , 补集，对称差 序对 笛卡尔乘积什么的.
比如补：给两个集合 X, Y . X\Y{z∈X，z 满足 z 不属于 Y}
对称差 XΔY=（X\Y）∪（Y\X）
序对 给两个元素 a，b ，（a，b）={{a}，{a，b}}
笛卡尔乘积 A×B={（x，y），x∈A，y∈B}

特别是序对这个构造很有趣. 直接把序对弄成了一个集合，这个好像是冯诺依曼给出的. 我给了一些构造 就是为了一会我给练习做准备哈. 我做的构造 都是严格的使用的我给的 ZFC 公理, 没有使用其他的东西.

東野-97：为什么觉得这些也是理所当然的。。
Cat-egory：因为你是朴素集合论的思想．就像选择公理你觉得是理所当然的 结果玩出了怪球．

白草：今天的东西好难……
D.C.A.A-97:为什么研究这个的人还有闲心研究其他的……比如八卦……
Cat-egory：八卦 说我吗？我不是研究集合论的
不难就不是集合论 =。=看看我们国家研究的人那么少就知道了

Nekoz-98-倒腾:序对讲究顺序吗？
Cat-egory：序对有顺序

喔喔喔喔-97：求讲解上边那符号。。。
Ghoso-91：{ } 是集合符号，里面的都是元素．U 是并集，倒 U 是交集，这两个是运算符号．这个高一会学的，讲座会有整理稿的．可以之后慢慢看&百科．

Ray _96：笛卡尔积的例子我举一个吧喵。。。
A={1,2};B={3,4}. AxB={(1,3),(2,3),(1,4),(2,4)} 喵是这样吧
Cat-egory：是的，笛卡尔乘积可是说是陪伴大家一生的构造

D.C.A.A-97：和坐标系有关系吗
Cat-egory：有关系

Librazy 赖总 97 折腾：（x，y）是序对？
Cat-egory：是的．我前面不是给了序对构造嘛．（a，b）={{a}，{a，b}}

Ghoso-91：直觉不是很理解"序对构造"是什么?
L.Euler-97：序对得到的是什么？
Cat-egory：@Gh 那个序对就是类似坐标的东西．那个不就是把两个元素放在一起嘛．
首先 序对（x，y）是有顺序的．（a，b）={{a}，{a，b}}而这个构造 也体现是这个顺序．
因为我们可以看见 （a，b）和（b，a）是不一样的

Ghoso-91：球解释这个等号的逻辑!
Cat-egory：这个等号和计算机上的赋值是一样的嘛．这里等号不是公理的等号，是定义．

[这时大家纷纷表示快跪了或者已经趴了~]

Cat-egory：练习我最后给 =。=我现在来说说这个系统．
=。= 集合论的入门一直很难 大家不懂也是正常的．学这个 研究这个的领域的人 没有极大的兴趣 是做不下去的 ．集合论是号称数学的基础．序对这个东西是在这种定义方式之前就出现的，几何学家 代数学家用起来也觉得没什么问题．但是集合论出来之后．集合论是什么?
数学的基础啊．希望做什么?把一切数学对象解释成集合．而序对这个东西 数学家也希望把他解释成集合．他们考查了序对的性质后 然后再集合论的背景下 把序对定义为 或者解释为刚刚的集合．集合论有个目标就是把各种数学对象解释成集合．

=。= 大家还有疑问嘛？

Librazy 赖总: 自然数能用集合解释？
Cat-egory: 能. 自然数也用集合论做出来了. 大家可以百度下 Peano 公理.

我去上个厕所先

ogz：搬过来吧..还挺好懂
Peano 公理
①1 是自然数；
②每一个确定的自然数 a，都有一个确定的后继数 a’，a’ 也是自然数（一个数的后继数就是紧接在这个数后面的数，例如，1 的后继数是 2，2 的后继数是 3 等等）；
③如果 b、c 都是自然数 a 的后继数，那么 b=c；
④1 不是任何自然数的后继数；
⑤任意关于自然数的命题，如果证明了它对自然数 1 是对的，又假定它对自然数 n 为真时，可以证明它对 n’ 也真，那么，命题对所有自然数都真。（这条公理也叫归纳公设，保证了数学归纳法的正确性）

東野：在 ZFC 和有关理论中工作的自然数的集合论定义是约翰·冯·诺伊曼的序数定义: 定义空集为零。定义 n 的后继为 n ∪ {n} .

Cat egory：确实 zfc 做的事情就是个层次分类。这也是被罗素悖论逼得没法的事情……
0 用空集表示；1 定义为{空集}。我们构造了 ZFc 还是用朴素的办法。

Cat egory：对 Zfc 的评价啊。我们构造了一个很不错的系统 ZFC。不仅有无穷集合；还有自然数。但是这个系统有两个问题。也是希望吧，不算问题。

第一个希望是 ：这个系统能不能证明出或者否定，我们用这套系统语言写出的任意一个命题。

这里的证明 、命题我不给定义，定义要数理逻辑才有。就用你们的直观理解就可以了。和直观差不多的。

第一个希望 其实是罗素他们的希望。这个问题叫：完备性问题

一开始希尔伯特很希望能做出这个事情啊。

泰德邦德：哥德尔来了= =。

Cat egory：希尔伯特有三大希望，哥德尔给他灭了两个……哥德尔用第一不完备定理告诉希尔伯特。如果你的系统比较复杂 ，就是至少包括了数论，那就肯定不会完备。就是说存在一个命题既不能肯定也不能否定。

Cat egory：题外话：这种问题叫独立性问题。非常多，现在最新进展是怀疑哥德巴赫猜想就是这种。反正一般就是做不出来的问题就看看是不是独立性问题。

東野：「原谅我被 GEB 虐了一个月让我爆发一下吧。。」
Cat egory：GEB 是好书 我也买了 很喜欢

Cat egory：希尔伯特的第二个希望，其实也是对每个系统的希望就是：你这个系统是不是相容的。所谓相容就是你的系统无论如何推理也不会出现矛盾。

哥德尔又跑出来说：希尔伯特老师啊，如果你的系统足够复杂，至少包含了数论这样的复杂 ，那用这个系统自己的公理是不能证明它是否相容的。

東野：来了来了＞＜
Ray：猫叔神吐槽！
L.Euler：哥德尔有没有被其他数学家讨厌啊・・・・・・

Cat egory：等等 我说法不准确.
如果你的系统足够复杂，至少包含了数论这样的复杂 ，而且他如果是相容的系统的，那用这个系统自己的公理是不能证明它的相容性的. 也就是说他自己不能证明自己的清白。只能考系统以外的办法。

Cat egory：但是 zfc 不是所有数学的基础吗？还有什么其他的系统？所有相容性我们只能靠相信。
=。=或许你又问了: 那我们不要 zfc 找个更好的系统？但哥德尔的定理已经说明了，对任何系统缺点都是一样的。

Cat egory：那我们为什么还要使用 zfc 系统？我们不是只能相信它吗？只要你使用数论就有缺点。但不使用数论的系统都很低级，没什么意思。

Cat egory：我们使用 zfc 的原因是：至今为止它表现还不错，也没什么矛盾，可以做的事情也很多。关于希尔伯特的第三个愿望，被邱齐个图灵给粉碎了。大家有兴趣可以百度。哥德尔的事情还没完=。=下次再说他吧。他号称亚里士多德以来最伟大的逻辑学家不是浪得虚名的。

Ghoso：有题目喵?
東野：猫叔，把 GEB 推荐给所有人把。
Nekoz：东野君请不要残害人。

Cat egory：题目有啊， =。=我想问第二次什么时候讲？
=。= 我来推荐书吧。《GEB》哥德尔 埃舍尔 巴赫-集异壁之大成. 1000 页的神作. 讲了哥德尔定理 和画家埃舍尔 音乐节 巴赫 以及禅宗的关系。

Cat egory：我先继续扯一下一些集合论的东西啊
通过我们的 zfc 公理, 我们可以证明，不存在一个集合他的元素是所有的集合。这个大家又兴趣可以用公理自己做做. 问题是 不是集合我们就不研究它了吗？数学家可是很好奇的人群啊！就算不是集合我们也要研究它.

Cat egory：我们叫就那种东西为：层，英语是 class. 就是不断的网上走 。他们把网上的结果研究得很透，当然一般的数学基本上在集合里做就够了，用不了那么高。

Cat egory：大家可以知道研究集合论是一件多么虐心的事情了吗？

良幺：可以理解！！！！
東野：多好玩啊！
D.C.A.A：已经领略了……
Cat egory：其实大家还没入门……
良幺：这个入门门槛太高……
Cat egory：我也只是看了下门口的样子。
Ghoso-91：门在哪里我没看见啊?

Cat egory：大家要学基础数学的话 都是这个德性。
我能告诉你 我同学说从研究生开始 至少花五年时间才能入门吗？
好的 我讲完了 接下来大家随便讨论。
无论你想学基础数学的集合论、代数、拓扑、还是集合都是刚刚那样的风格。

Ray：喵我觉得集合论真好玩啊。

Cat egory：好不好玩要看自己有没有兴趣。
我觉得我的专业就不错，虽然学的人和集合论一样少。

L.Euler：什么专业？

Cat egory：我个人觉得集合论和几何比较难。
比较我的专业 与拓扑和代数相关 我就觉得还好

東野: 拓扑也很好玩的样子。。
L.Euler-97: 代数几何呢？？

Cat-egory:无论是集合论 拓扑 还是代数 还是几何 每一个都能像刚刚那样虐你千百遍
无论哪个分支 内容都多得不得了, 就一个分支你都学不完.

Ghoso 后面的基数我就不讲了　大家都晕了.

我下次有机会讲讲数理逻辑吧, 说不定我还能扯一扯模糊逻辑, 基数的话题也多得不得了.